10 (4) 40
8 (4) 32
7 (2) 14
8,6

Questão 1 = 4
Questão 2 = 8 (4)
Questão 3 = 7 (2)
6,8

16
32
28
7,6

Prova 1 de Física ~~III~~

Data 20/04/2010

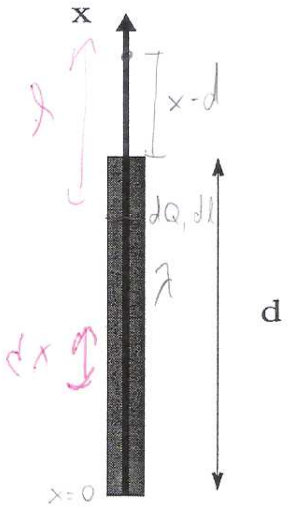
Prof. José Fontanari e Prof. Vitor de Souza

7,6

Nome: André de Freitas Smaira Nº USP 6783523

Turma do Prof. Luiz Vitor

1) Considere um fio de espessura desprezível e comprimento **d** carregado uniformemente com densidade de carga $\boldsymbol{\lambda}$. Calcule o campo elétrico para pontos ao longo do eixo **x** fora da barra, ou seja, para **x > d**. Veja figura abaixo.



Pela lei de Coulomb $\vec{F} = \frac{k q_1 q_2}{r^2}\hat{x} \Rightarrow$

$$d\vec{E} = \frac{k\,dQ}{l^2}\hat{x}$$

$$d\vec{E} = \frac{k\lambda\,dl}{l^2}\hat{x}$$

?

$$\vec{E} = \int_{x-d}^{x} \frac{k\lambda}{l^2}\hat{x}\,dl$$

$$\vec{E} = k\lambda\left(\frac{1}{x-d} - \frac{1}{x}\right)\hat{x}$$

$$\vec{E} = \frac{k\lambda d}{x(x-d)}\hat{x}$$ para $x > d$, como pede o enunciado

10

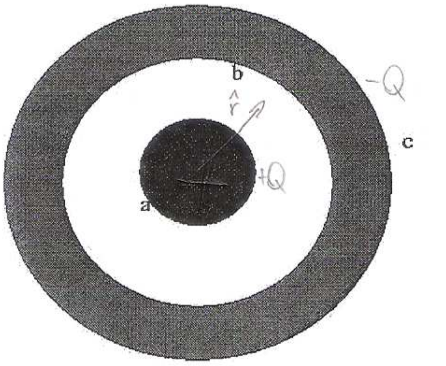
2) Considere uma esfera condutora de raio ***a*** envolvida por uma casca esférica condutora de raio interno ***b*** e raio externo ***c***. Considere que a esfera está carregada **positivamente** com carga **+Q** e a casca esférica está carregada **negativamente** com carga **-Q**.

a) Calcule o campo elétrico para todas as regiões: $r \le a, a \le r \le b, b \le r \le c, r \ge c$.

b) Calcule o potencial elétrico para todas as regiões: $r \le a, a \le r \le b, b \le r \le c, r \ge c$.

c) Calcule a capacitância do sistema.

$\vec{E} = E(r)\,\hat{r}$ ✓



a) $r < a$

Como toda a carga de um condutor fica na superfície do mesmo, para $r<a$, temos ausência total de cargas e, portanto $\vec{E} = \vec{0}$ para $r<a$ ✓

$r = a$

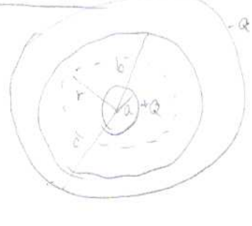
Tomando para a aplicação da lei de Gauss uma Gaussiana cilíndrica × de raio ρ muito pequeno, temos:

$\phi_E = \oint \vec{E}.\vec{ds} = \frac{q_{int}}{\varepsilon_0}$

Deve ser usado uma superfície esférica pois o campo ñ é constante nesta superfície.

$E\, 2\pi\rho^2 = \frac{\sigma . \pi\rho^2}{2\varepsilon_0} \Rightarrow E = \frac{Q}{8\pi a^2 \varepsilon_0} \Rightarrow \vec{E} = \frac{Q}{8\pi a^2 \varepsilon_0}\hat{r}$ ✓

$a < r \le b$

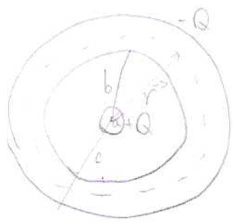


Tomando como gaussiana uma esfera de raio r, temos

$\int \vec{E}.\vec{ds} = \frac{q_{int}}{\varepsilon_0}$

$E . 4\pi r^2 = \frac{Q}{\varepsilon_0} \Rightarrow \vec{E} = \frac{Q}{4\pi r^2 \varepsilon_0}\hat{r}$ ✓

$b < r < c$



Analogamente ao de cima

$\int \vec{E}.\vec{ds} = \frac{q_{int}}{\varepsilon_0}$

× Casca esférica CONDUTORA

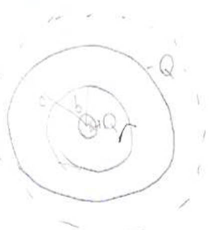
$E . 4\pi r^2 = \frac{Q}{\varepsilon_0} \Rightarrow \vec{E} = \frac{Q}{4\pi r^2 \varepsilon_0}\hat{r}$

$\vec{E} = 0$

$a < r < c$

$\vec{E} = \frac{Q}{4\pi r^2 \varepsilon_0}\hat{r}$

$r \ge c$



Analogamente ao de cima

$\int \vec{E}\vec{ds} = \frac{q_{int}}{\varepsilon_0}$

$E . 4\pi r^2 = \frac{0}{\varepsilon_0} \Rightarrow \vec{E} = \vec{0}$ ✓

8

b) $V = -\int_{\infty}^{r} \vec{E} \cdot d\vec{l}$

$r < a$

$V = -\int_{\infty}^{r} \vec{E} \cdot dl$ → Dividindo entre os diferentes valores de $\vec{E}$:

$V = -\int_{\infty}^{c} \vec{E} \cdot dl - \int_{c}^{a} \vec{E}\, d\vec{l} - \int_{a}^{r} \vec{E} \cdot d\vec{l}$

$V = -\int_{\infty}^{c} 0\, dr - \int_{c}^{a} \frac{Q}{4\pi r^2 \varepsilon_0} dr - \int_{a}^{r} 0\, dr$

$V = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0} \int_{a}^{c} \frac{dr}{r^2} = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0} \left[\frac{1}{r}\right]_{c}^{a} = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{a} - \frac{1}{c}\right)$

$V = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{a} - \frac{1}{c}\right)$ × ✓ Resultado final errado devido a propagação do erro do item a), mas calculo correto

$a \leq r < c$

$V = -\int_{\infty}^{r} \vec{E} \cdot d\vec{l}$ → Dividindo entre os diferentes valores de $\vec{E}$:

$V = -\int_{\infty}^{c} \vec{E} \cdot d\vec{l} - \int_{c}^{r} \vec{E} \cdot d\vec{l}$

$V = -\int_{\infty}^{c} 0\, dr - \int_{c}^{r} \frac{Q}{4\pi r^2 \varepsilon_0} dr$

$V = -\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0} \int_{c}^{r} \frac{1}{r^2} dr = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{r} - \frac{1}{c}\right)$ × idem

$r \geq c$

$V = -\int_{\infty}^{r} \vec{E} \cdot d\vec{l}$

$V = -\int_{\infty}^{r} 0\, dr \Rightarrow V = 0$ ✓

c) $C = \frac{Q}{\Delta V}$ ✓

$C = C_{ac} = \frac{Q}{\Delta V_{ac}}$ ✓

$C = \frac{Q}{\int_{a}^{c} \vec{E} \cdot d\vec{l}} = \frac{Q}{-\int_{c}^{a} \vec{E} \cdot d\vec{l}}$ ✓

Como já calculada a integral:

$C = \frac{Q}{\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{a} - \frac{1}{c}\right)}$

$C = \frac{4\pi\varepsilon_0 ac}{c - a}$ × idem.

3) Considere uma esfera isolante de raio **R** e carga **Q** uniformemente distribuída no volume da esfera. Calcule a energia eletrostática dessa distribuição de cargas utilizando a densidade de energia $u = \frac{1}{2}\varepsilon_0 E^2$.

$U = ?$

$u = \frac{1}{2}\varepsilon_0 E^2$

Para o cálculo do campo elétrico, utiliza-se a gaussiana esférica representada de raio r

$$\oint \vec{E}\cdot d\vec{S} = \frac{q_{int}}{\varepsilon_0}$$

E pela simetria, temos $\vec{E} = E(r)\,.\,\hat{r}$

$$E\oint dS = \frac{\rho\frac{4}{3}\pi r^3}{\varepsilon_0}$$

Sendo ρ a densidade volumétrica:

$$\rho = \frac{Q}{\frac{4}{3}\pi R^3}$$

$$E\,.\,4\pi r^2 = \frac{\frac{Q}{\frac{4}{3}\pi R^3}\frac{4}{3}\pi r^3}{\varepsilon_0} \Rightarrow \vec{E} = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 R^3}r\,\hat{r}$$

campo dentro

↳ vi que apagou a forma vetorial.

$$u = \frac{dU}{dV_{ol}} = \frac{1}{2}\varepsilon_0 E^2 \quad e \quad dV_{ol} = 4\pi r^2 dr$$

$$dU = \frac{1}{2}\varepsilon_0\left(\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 R^3}r\right)^2 . \, 4\pi r^2 dr$$

$$\int_0^U dU = \frac{1}{2}\varepsilon_0\left(\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 R^3}\right)^2 . \, 4\pi\int_0^R r^4 dr$$

$$U = \frac{Q^2}{8\pi\varepsilon_0 R^6}\int_0^R r^4 dr = \frac{Q^2}{8\pi\varepsilon_0 R^6}\left[\frac{r^5}{5}\right]_0^R$$

$$U = \frac{Q^2}{40\pi\varepsilon_0 R}$$

faltou a energia associada ao campo fora

$U_{ext} = Q^2 / 8\pi\varepsilon_0 R$

7