(10)

1 10
2 10
3 10

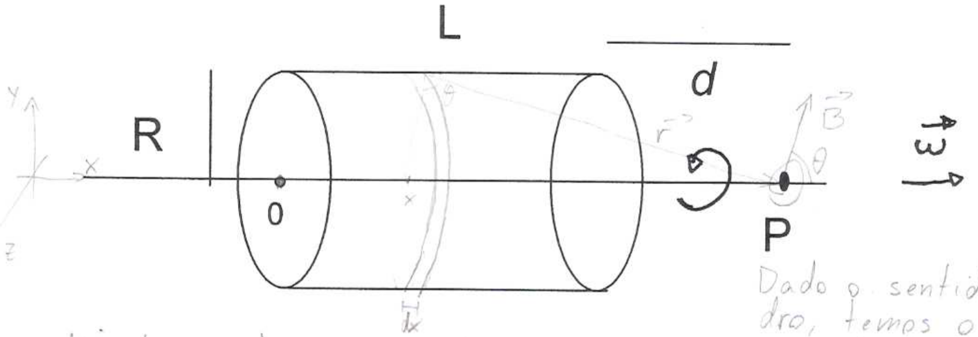
Muito bom!

Física III - Vitor e Fontanari

Nome: André de Freitas Smaira

Curso: Física Computacional

1. Uma casca cilíndrica isolante com raio R, comprimento L e espessura desprezível está uniformemente carregada com densidade superficial de carga σ e gira em torno de seu eixo com velocidade angular ω. Calcule o campo $\boldsymbol{B}$ no ponto P sobre o eixo do cilindro, distante d unidades da face direita. Tome a origem no centro da face esquerda. Sugestão: imagine o cilindro decomposto em anéis, tratando-os como correntes circulares.



Dado o sentido de rotação do cilindro, temos o sentido da corrente e, portanto, o sentido do campo magnético, que é $(\hat{x})$.

$$i' = di = \frac{dq}{\tau} = \frac{\omega\, dq}{2\pi} = \frac{\omega.(2\pi R dx \sigma)}{2\pi} = \sigma\omega R\, dx$$ e

$\tau \rightarrow$ Período $\left(\frac{2\pi}{\omega}\right)$

Por Biot-Savart para o campo devido a um dx (B'):

$$dB' = \frac{\mu_0 i'}{4\pi} \cdot \frac{dl \operatorname{sen}\frac{\pi}{2}}{r^2}\cos\theta \;;\; r = \frac{R}{\cos\theta}$$

$$dB' = \frac{\mu_0 i'}{4\pi}\cdot\frac{dl}{R^2}\cos^3\theta \Rightarrow B' = \frac{\mu_0 i'}{4\pi R^2}\cos^3\theta \oint_c dl = \frac{\mu_0 i' 2\pi R}{{}_2 4\pi R^2}\cos^3\theta = \frac{\mu_0 i'}{2R}\cos^3\theta$$

$$dB = B' = \frac{\mu_0 i'}{{}_2 4\pi}\cdot\frac{2\pi R}{R^2}\cos^3\theta = \frac{\mu_0 i'}{2R}\cos^3\theta \;,\; i' = \sigma\omega R\, dx$$

$$dB = \frac{\mu_0 \sigma\omega R}{2R}\cos^3\theta\, dx$$

Pelo desenho:

$$tg\,\theta = \frac{d+L-x}{R}$$

$$x = d+L-R\,tg\,\theta$$

$$dx = -R\sec^2\theta\, d\theta$$

$$dB = -\frac{\mu_0\sigma\omega}{2}\cos^3\theta . R\sec^2\theta\, d\theta$$

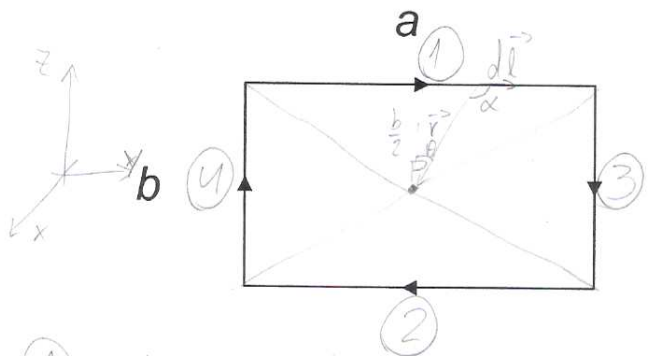
$$B = -\frac{\mu_0\sigma\omega R}{2}\int_{\operatorname{arcsen}\frac{d+L}{\sqrt{(d+L)^2+R^2}}}^{\operatorname{arcsen}\frac{d}{\sqrt{d^2+R^2}}}\cos\theta\, d\theta$$

$$\vec{B} = \frac{\mu_0\sigma\omega R}{2}\left(\frac{d+L}{\sqrt{(d+L)^2+R^2}} - \frac{d}{\sqrt{d^2+R^2}}\right)\hat{x}$$

Como $\hat{x} = \hat{\omega}$ no desenho, podemos escrever

$$\vec{B} = \frac{\mu_0\sigma R}{2}\left(\frac{d+L}{\sqrt{(d+L)^2+R^2}} - \frac{d}{\sqrt{d^2+R^2}}\right)\vec{\omega}$$

2. Uma espira em forma de retângulo de lados a e b transporta uma corrente de intensidade i. Calcule o campo $\boldsymbol{B}$ no centro do retângulo.



Pela regra da mão direita, o campo gerado por todos os segmentos da espira tem sentido $(-\hat{x})$ e os módulos de dois segmentos de mesmo comprimentos são iguais:

Fio 1: Por Biot-Sarvart:

$$dB_1 = \frac{\mu_0 i}{4\pi} \cdot \frac{dl \, sen\,\alpha}{r^2}$$

$sen\,\alpha = \cos\theta$, $dl = dy$, $r = \frac{b}{2\cos\theta}$

$$dB_1 = \frac{\mu_0 i}{4\pi} \cdot \frac{dy \cos\theta}{\left(\frac{b}{2\cos\theta}\right)^2}$$

$$dB_1 = \frac{\mu_0 i}{\pi b^2} \cos^3\theta \, dy \quad , \quad y = \frac{b}{2} tg\theta \Rightarrow dy = \frac{b}{2} sec^2\theta \, d\theta$$

$$dB_1 = \frac{\mu_0 i}{\pi b^2} \cos^3\theta \cdot \frac{b}{2} sec^2\theta \, d\theta$$

$$dB_1 = \frac{\mu_0 i}{2\pi b} \cos\theta \, d\theta$$

$$B_1 = \frac{\mu_0 i}{2\pi b} \int_{arcsen\left(-\frac{a}{\sqrt{a^2+b^2}}\right)}^{arcsen\left(\frac{a}{\sqrt{a^2+b^2}}\right)} \cos\theta \, d\theta$$

$$B_1 = \frac{\mu_0 i}{2\pi b} \cdot \frac{2a}{\sqrt{a^2+b^2}}$$

Como já dito, $B_1 = B_2 \Rightarrow B_{1+2} = \frac{2\mu_0 i a}{\pi b\sqrt{a^2+b^2}}$

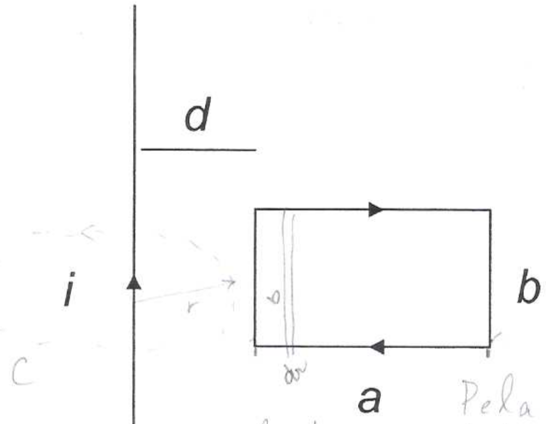
Analogamente, podemos encontrar B_{3+4} somente trocando a por b e b por a na fórmula já encontrada para B_{1+2}, portanto:

$$B_{3+4} = \frac{2\mu_0 i b}{\pi a\sqrt{a^2+b^2}}$$

$$B = B_{1+2} + B_{3+4} = \frac{2\mu_0 i}{\pi\sqrt{a^2+b^2}}\left(\frac{a}{b} + \frac{b}{a}\right) = \frac{2\mu_0 i (a^2+b^2)}{\pi ab\sqrt{a^2+b^2}}$$

$$\vec{B} = -\frac{2\mu_0 i\sqrt{a^2+b^2}}{\pi ab}\hat{x}$$

3. Calcule o fluxo do campo magnético produzido por um fio de comprimento infinito percorrido por uma corrente i através da área delimitada pelo caminho retangular ilustrado na figura. Não há corrente nesse caminho.



$$\phi_B = \oint_S \vec{B} \cdot d\vec{S}$$

Podemos calcular o campo magnético gerado pelo fio infinito através da lei de Ampère:

$$\oint_C \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 i$$

Pela simetria do problema, a curva c sobre a qual deve ser feita a integral é indicada na figura como sendo uma circunferência de raio r e centro no fio, sendo que o ponto no qual se quer calcular o campo magnético está a uma distância r. do fio. Além disso $\vec{B} = B\hat{\theta}$

$$\oint_C B\,dl = \mu_0 i$$

$$\oint_C B\,dl\cos\alpha = \mu_0 i$$

Como $\alpha = 0$ sempre:

$$B\oint_C dl = \mu_0 i \Rightarrow B(2\pi r) = \mu_0 i \Rightarrow \vec{B} = \frac{\mu_0 i}{2\pi r}\hat{\theta}$$

$$\phi_B = \oint_S \vec{B} \cdot d\vec{S} = \int_d^{a+d} \left(\frac{\mu_0 i}{2\pi r}\right)\hat{\theta} \cdot \underbrace{(b\,dr)\hat{\theta}}_{d\vec{S}}$$

Pela regra da mão direita, $d\vec{S}$ tem a mesma direção e sentido de $\vec{B}$

$$\phi_B = \int_d^{a+d} \frac{\mu_0 i b}{2\pi r}\,dr$$

$$\phi_B = \frac{\mu_0 i b}{2\pi}\int_d^{a+d} \frac{dr}{r} = \frac{\mu_0 i b}{2\pi} \ln \frac{a+d}{d}$$

$$\phi_B = \frac{\mu_0 i b}{2\pi} \ln\left(1 + \frac{a}{d}\right)$$