22/3

Prova 3 de Física III
Data 29/06/2010
Prof. José Fontanari e Prof. Vitor de Souza

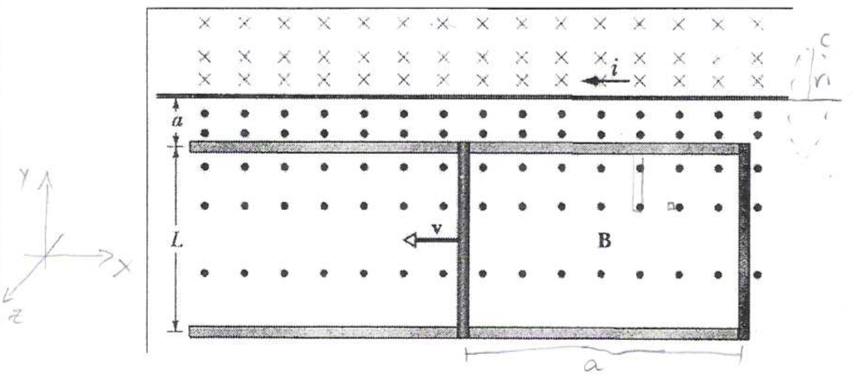
Nome: André de Freitas Smaira N° USP 6783523

Turma do Prof. Vitor

1) Considere a figura abaixo que mostra um bastão de comprimento L que se move com velocidade constante v ao longo de trilhos condutores. Um fio está a uma distância a de um dos trilhos e por ele passa uma corrente elétrica i.

a) Calcule o campo magnético gerado pela corrente i em qualquer ponto do espaço.
b) Calcule a força eletromotriz induzida no bastão.
c) Suponha que o bastão tem resistência R. Calcule a corrente e a taxa de energia térmica dissipada no bastão.
d) Qual a intensidade, direção e sentido da força aplicada por um agente externo que se faz necessária para manter o bastão com velocidade constante ?
e) Qual a potência da deste força externa ?

4



a) $\oint_c \vec{B}.d\vec{l} = \mu_0 i$

Pela simetria do problema, integrando sobre a curva c indicada ao lado (circunferência de centro no fio e raio r), temos.

$$B \oint_c dl = \mu_0 i \Rightarrow 2\pi r B = \mu_0 i$$

$$\Rightarrow B = \frac{\mu_0 i}{2\pi r}$$

Sendo r a distância do ponto ao fio

b) $\varepsilon = -\frac{d\phi_B}{dt} = -\frac{B\,dS}{dt} = -BL\frac{da}{dt} = -BLv$

c) $i = \frac{\varepsilon}{R} \Rightarrow i = -\frac{BLv}{R}$ (sentido horário)

$$P_{dis} = Ri^2 = R.\frac{B^2L^2v^2}{R^2} = \frac{B^2L^2v^2}{R}$$

d) Quando o bastão se move para a esquerda, a corrente induzida (i) faz com que surja uma força magnética ($\vec{F}_B$) na direção a impedir o aumento do fluxo, ou seja, $\vec{F}_B = F_B\hat{x}$ conforme o sistema de coordenadas adotado e, além disso:

$$d\vec{F}_B = i\,d\vec{l} \times \vec{B}$$

$$F_B = B|i|L \Rightarrow F_B = \frac{B^2L^2v}{R} \Rightarrow \vec{F}_B = \frac{B^2L^2v}{R}\hat{x} = -\frac{B^2L^2\vec{v}}{R}$$

Para manter o bastão com velocidade constante é necessária uma força externa F_E contrária à força magnetica induzida, ou seja:

$$\vec{F}_E = -\vec{F}_B = \frac{B^2L^2\vec{v}}{R}$$

e) Utilizando a seguinte fórmula para potência mecânica:

$$P = \vec{F} \cdot \vec{v}$$

$$P = \vec{F_e} \cdot \vec{v}$$

$$P = \frac{B^2 L^2 \vec{v}}{R} \cdot \vec{v}$$

$$P = \frac{B^2 L^2 v^2}{R}$$

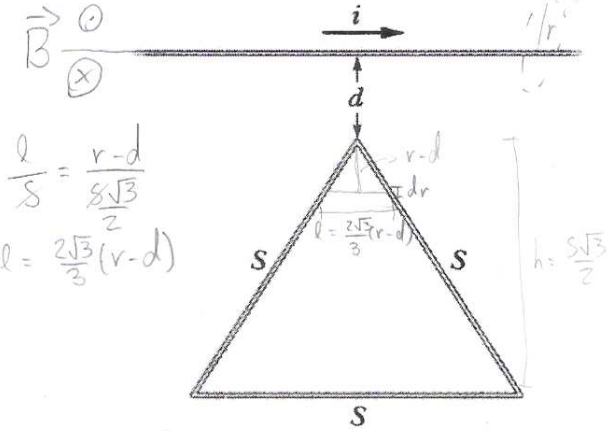
2) Considere a figura abaixo. Um fio muito longo carrega uma corrente elétrica $\boldsymbol{i}$ e está no mesmo plano do triângulo equilátero de lado $\boldsymbol{S}$. Um dos vértices do triângulo está a uma distância $\boldsymbol{d}$ do fio.

a) Calcule o campo magnético gerado pela corrente $\boldsymbol{i}$ em qualquer ponto do espaço.

b) Calcule o fluxo magnético através do triângulo.

c) Determine a indutância mútua entre o fio e o triângulo.

10



$$\frac{l}{S} = \frac{r-d}{\frac{S\sqrt{3}}{2}}$$

$$l = \frac{2\sqrt{3}}{3}(r-d)$$

a) Da mesma maneira que no exercício 1 letra a:

$$\oint_C \vec{B}\cdot d\vec{l} = \mu_0 i$$

$$B\oint_C dl = \mu_0 i \Rightarrow B = \frac{\mu_0 i}{2\pi r}$$

Sendo r a distância do ponto ao fio e direção e sentido indicados na figura em cada posição possível em relação ao fio.

b) $\varnothing = \int \vec{B}\cdot d\vec{A} = \int B\, dA$

$$\varnothing = \int_d^{d+\frac{S\sqrt{3}}{2}} \frac{\mu_0 i}{2\pi r}\, l\, dr = \int_d^{d+\frac{S\sqrt{3}}{2}} \frac{\mu_0 i}{2\pi r}\cdot\frac{2\sqrt{3}}{3}(r-d)\,dr$$

$$\varnothing = \frac{\mu_0 i\sqrt{3}}{3\pi}\int_d^{d+\frac{S\sqrt{3}}{2}}\left(1-\frac{d}{r}\right)dr$$

$$\varnothing = \frac{\mu_0 i\sqrt{3}}{3\pi}\left[r - d\ln r\right]_d^{d+\frac{S\sqrt{3}}{2}}$$

$$\varnothing = \frac{\mu_0 i\sqrt{3}}{3\pi}\left[\frac{S\sqrt{3}}{2} - d\ln\left(1+\frac{S\sqrt{3}}{2d}\right)\right]$$

$$\varnothing = \frac{\mu_0 i\sqrt{3}\,d}{3\pi}\left[\frac{S\sqrt{3}}{2d} - \ln\left(1+\frac{S\sqrt{3}}{2d}\right)\right]$$

c) $L_{12}\, i = \varnothing$

$$L_{12} = \frac{\varnothing}{i} = \frac{\mu_0 d\sqrt{3}}{3\pi}\left[\frac{S\sqrt{3}}{2d} - \ln\left(1+\frac{S\sqrt{3}}{2d}\right)\right]$$

3) Considere um circuito elétrico formado por uma fonte de tensão (ε), um capacitor (C) e um indutor (L) todos montados em série. A fonte produz uma tensão dada por $\varepsilon = \varepsilon_m \operatorname{sen}(\omega t)$.

a) Usando a primeira lei de Kirchhoff, escreva a equação que relaciona a tensão no capacitor e no indutor com a tensão da fonte.

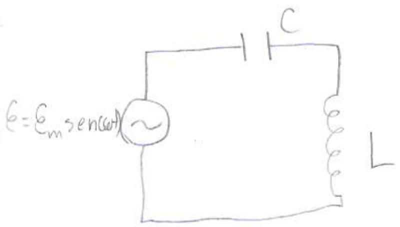
b) Faça um desenho da corrente no circuito, da tensão no capacitor e no indutor usando a representação de fasores. Lembre-se de indicar o valor da fase.

c) Supondo que, para um tempo suficientemente grande, a corrente no sistema possa ser escrita como: $i(t) = I \operatorname{sen}(\omega t + \phi)$, calcule o valor de I em função de ε_m, L, C e ω.

d) Calcule o valor de ϕ em função de L, C e ω.

e) Faça em um gráfico a evolução da tensão no capacitor, da tensão no indutor e da corrente no circuito em função do tempo.

8



a) $\varepsilon = \frac{Q}{C} + L\frac{di}{dt}$

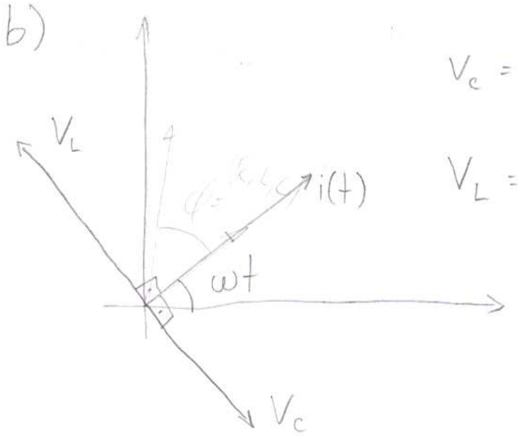
$$L\frac{di}{dt} + \frac{Q}{C} = \varepsilon_m sen(\omega t)$$

$$L\frac{d^2 i}{dt^2} + \frac{1}{C} \cdot i = \varepsilon_m \omega \cos(\omega t)$$

$$V_c = \frac{Q}{C} = \frac{1}{c}\int i\,dt$$

$$V_L = L\frac{di}{dt}$$

b)



c) $i(t) = I sen(\omega t + \phi)$

$$i(t) = \frac{\varepsilon(t)}{Z} = \frac{\varepsilon_m sen(\omega t)}{\omega L - \frac{1}{\omega C}} = I sen(\omega t + \phi) = I\left(sen(\omega t)\cos\phi + sen\phi \cos(\omega t)\right)$$

Como $sen(\omega t)$ e $\cos(\omega t)$ são linearmente independentes, temos que $sen\phi \cos(\omega t) = 0 \Rightarrow \phi = 0$?

Assim

$$\frac{\varepsilon_m}{\omega L - \frac{1}{\omega C}} = I\cos\phi \Rightarrow I = \frac{\varepsilon_m}{\omega L - \frac{1}{\omega C}}$$

d) Como mostrado na letra (c) $\phi = 0$

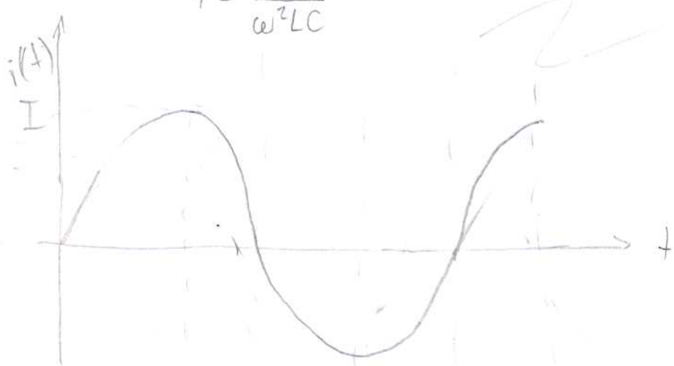
e) $i(t) = \dfrac{\mathcal{E}_m}{\omega L - \frac{1}{\omega C}} \operatorname{sen}(\omega t)$

$$V_C(t) = \frac{Q}{C} = \frac{1}{C}\int i\,dt = -\frac{1}{C}\cdot\frac{\mathcal{E}_m \cos(\omega t)}{\omega^2 L - \frac{1}{C}}$$

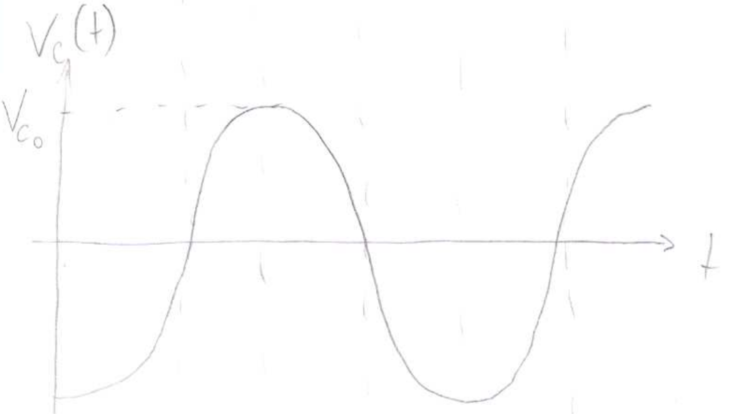
$$V_C(t) = \frac{\mathcal{E}_m \cos(\omega t)}{1 - \omega^2 LC}$$

$$V_L(t) = L\frac{di}{dt} = L\frac{\mathcal{E}_m}{L - \frac{1}{\omega^2 C}}\cos(\omega t)$$

$$V_L(t) = \frac{\mathcal{E}_m}{1 - \frac{1}{\omega^2 LC}}\cos(\omega t)$$

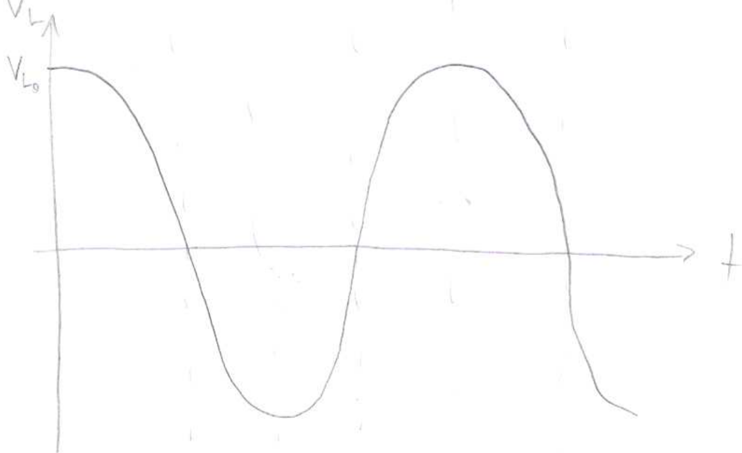


$$I = \frac{\mathcal{E}_m}{\omega L - \frac{1}{\omega C}}$$



$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

$$V_{C_0} = \frac{\mathcal{E}_m}{1 - \frac{\omega^2}{\omega_0^2}}$$



$$V_{L_0} = \frac{\mathcal{E}_m}{1 - \frac{\omega_0^2}{\omega^2}}$$