

Universidade de São Paulo
Instituto de Física de São Carlos
FFI 0321 – Modelagem Matemático-Computacional
1ª Lista de Exercícios
10/11/2010

1. O que é o método científico? Cite e discuta suas principais etapas.
2. Qual a importância/utilidade da modelagem e simulação computacional?
3. Qual o papel da matemática em modelagem?
4. Descreva qualitativamente: Caos, Sistemas complexos, Sistemas não lineares e lineares, Redes complexas, Bioinformática, Métodos Numéricos e visualização científica. Como essas teorias e métodos podem ser usadas para compreensão da natureza?
5. De acordo com o exposto em aula sugira três sistemas que pode ser descritos em termos das redes, ou seja, defina vértices e uma regra que conecte esses vértices.
6. Uma escola do ensino médio do interior de São Paulo tem 40% de estudantes do sexo masculino. Entre estes, 20% nunca viram o mar, ao passo que, entre as meninas, essa porcentagem é de 50%. Qual a probabilidade de que um aluno selecionado ao acaso seja:
 - a. Do sexo masculino e nunca tenha visto o mar.
 - b. Do sexo feminino e nunca tenha visto o mar.
 - c. Do sexo feminino ou nunca tenha visto o mar.
7. Verifique se são válidas as afirmações:
 - a. Se $P(A) = 1/3$ e $P(B|A) = 3/5$, então A e B não podem ser disjuntos.
 - b. Se $P(A) = 1/2$, $P(B|A) = 1$ e $P(A|B) = 1/2$, então A não pode estar contido em B.
8. Em um jogo de dados, o objetivo é somar 6 ao se somar dos resultados de dois dados. Qual a probabilidade de ganhar neste jogo? Esboce a chance de vitória para cada possível soma dos dois lados. Qual a forma dessa distribuição?

9. Uma urna contém 4 bolas brancas e 2 bolas vermelhas. Uma bola é retirada e, sem reposição, uma segunda bola é retirada. Qual a probabilidade de ambas serem brancas? Qual a probabilidade de ambas serem vermelhas?
10. Generalize o exercício 9, uma urna poderá conter N_b bolas brancas, N_v bolas vermelhas, procure pela probabilidade do sorteio de X_b bolas brancas e de X_x bolas vermelhas.
11. Explique o que é a função densidade de probabilidade (f.d.p.). Quais são suas propriedades?
12. Escreva a f.d.p. normal em 1 e 2 dimensões e identifique as variáveis e parâmetros. Discuta qualitativamente as propriedades dessa f.d.p
13. Calcule os dois primeiros momentos estatísticos e o desvio padrão das seguintes f.d.p:
- $f(x) = a \exp(-ax)$, onde: $x > 0$, a é uma constante, $a > 0$.
 - $f(x) = a \exp(-bx^2)$, onde: $x > 0$, a e b são constantes.
14. Seja a função $f(x) = a|x|$ definida entre -1 e 1 , possuindo valor nulo fora desse intervalo. Calcule a para que a função seja uma f.d.p.. Calcule os dois primeiros momentos estatísticos da f.d.p. resultante.
15. Explique graficamente a diferença entre correlação e covariância entre duas variáveis aleatórias.
16. Uma das aplicações mais diretas da transformada de Fourier (FT) é a de decomposição espectral, isso é, a transformada de Fourier mostra a distribuição de diferentes frequências em um sinal. A partir da expressão integral da transformada, explique por que a FT fornece a decomposição espectral de um sinal.
17. Calcule analiticamente a transformada de Fourier das seguintes funções:
- distribuição delta de Dirac
 - $f(t) = \begin{cases} 0, & t < -a \\ 1, & -a \leq t \leq a \\ 1, & t > a \end{cases}$
18. Enuncie o teorema da convolução. Como este teorema pode ser utilizado para estimar a resposta de um sistema linear invariante no tempo?
19. Prove as seguintes propriedades da transformada de Fourier:

- a. Adição linear
- b. Escalamento temporal
- c. Escalamento de frequência
- d. Derivação

20. Explique graficamente, os principais problemas que podem ocorrer no cálculo discreto da transformada de Fourier devido à amostragem e a limitação temporal das funções
21. Explique o que é um filtro passa-baixas e um passa-altas. Como eles podem ser usados para filtragem de um sinal unidimensional?
22. Enumere os passos necessários para fazer a PCA (*principal component analysis*) sobre um conjunto de dados.
23. Obtenha a matriz de transformação (da transformação de Karhunen-Loeve) do seguinte conjunto de dados.

Medida	X	Y
1	-3,0	-2,6
2	0,2	-2,1
3	-6,5	-4,2
4	2,8	-1,2
5	3,5	1,9
6	2,0	2,1

24. Explique qual o significado de cada passo enumerado no exercício 22 utilizando como exemplo a transformação feita no exercício 23.
25. Na transformação de Karhunen-Loeve, por que é preciso ordenar os autovalores em ordem decrescente antes de montar a matriz de transformação com seus respectivos auto-vetores?
26. Como a transformada de Karhunen-Loeve pode ser usada para se compactar informação? Por que ela é eficiente para compactação de dados?